

LBRIS

We know
books

IOAN DĂNCILĂ

*Matematica
distractivă*
clasele a *VII-a* și a *VIII-a*

*Totul, în afară de matematică,
are un sfârșit.*

PAUL ERDÖS



<i>Cuvânt-înainte</i>	5
1. Simple probleme?	7
2. Or exista și numere naturale neinteresante?	20
3. Capcanele mediei aritmetice	43
4. O comoară a geometriei	48
5. O ecuație, două ecuații... ..	61
6. Geometria cu ajutorul algebrei	66
7. Gândind ca Dirichlet	70
8. Demonstrații fără cuvinte	73
9. Construcții geometrice numai cu rigla, numai cu compasul, numai cu echerul ..	81
10. Construcții cu elemente inaccesibile ...	90
11. Jocuri cu cuburi	93
12. Sofisme	97
13. Unde este greșeala?	104
14. Paradoxuri	109
15. Rubrica descurcăreților	114
16. Soluții surprinzătoare	118
17. Probleme pentru zgâriat neuronii	125
 Soluții	 133
<i>Bibliografie</i>	175

Problemele din acest capitol nu sunt facile. Sunt probleme care îndeamnă la căutare și care aduc o satisfacție evidentă celor care le rezolvă. Fiecare dintre ele conține un procent considerabil de amuzament. Soluțiile sunt adeseori frumoase și interesante și nu rareori surprinzătoare.

Multe dintre aceste probleme sunt deschizătoare de drumuri, în ele așteaptă să fie relevate principii moderne ale matematicii.

1. Simple probleme?

1. Economii la încălțări

Pe însorita insulă Malekula din mările Sudului, dintre cei 1425 de băștinași, 0,8% au doar câte un singur picior și încălță, evident, câte o sanda. Jumătate din rest merg desculți, iar ceilalți merg încălțați în sandale.



Câte sandale poartă băștinașii de pe insulă?

2. O chestiune de poziție

În aranjamentul de mai jos, schimbă poziția unui singur chibrit astfel încât să obții o egalitate.



3. Peste tot sunt mincinoși

Pe o insulă îndepărtată trăiesc două triburi A și B. Se știe că, în timp ce copiii din tribul A spun întotdeauna adevărul, cei din tribul B nu-l spun niciodată.

Un călător întreabă un copil dintr-un grup:

— Tu din ce trib ești?

Deoarece n-a înțeles răspunsul primit, copilul a zis ceva și a zbughit-o. Îl întreabă pe un altul:

— Ce-a zis primul copil?

— A spus că este din tribul B, răspunde acesta din urmă.

Din ce triburi sunt acești doi copii?

4. *Fii mai atentă, Monica!*

Care sunt cele două numere pe care Monica intenționa să le înmulțească?



Monica avea intenția de a înmulți un număr de două cifre cu unul de trei cifre, dar a omis semnul înmulțirii, punând pur și simplu numărul de trei cifre la dreapta celui de două cifre, formând un număr de cinci cifre. Acesta este un număr de nouă ori mai mare decât numărul pe care ar fi trebuit Monica să-l obțină.

5. *Să facem ordine!*

Determină ordinea în care s-au clasat cei patru.

Într-un concurs de matematică, suma punctajelor lui Beatrice și Daniel a fost egală cu suma punctajelor obținute de Andreea și Cornel. Dacă punctajele lui Beatrice și Cornel ar fi fost interschimbate, atunci suma punctajelor Andreei și al lui Cornel ar fi fost mai mare decât suma punctajelor celorlalți doi. De asemenea, punctajul Danielei este mai mare decât cele ale lui Beatrice și al lui Cornel.



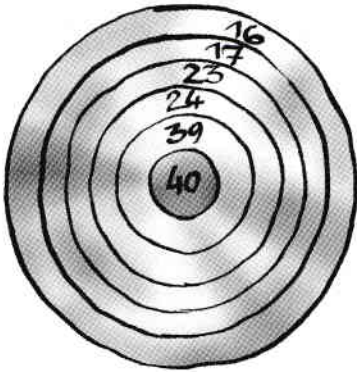
6. Nu lipsesc date!

Suma a zece numere naturale nenule și distincte este 62.

Arată că produsul lor se divide cu 60.

7. Nu-i matematică de bâlci!

Într-un bâlci este prezentată ținta alăturată.



Celui care va obține scorul exact de 100 de puncte i se oferă un premiu de 100 €.

Unde ai ținti pentru a deveni fericitul câștigător?

8. O veche problemă indiană

Erau împreună 67 de coșuri cu fructe, fiecare coș având același număr de fructe.

Au venit 23 de călători și au împărțit între ei fructele în mod egal.

Câte fructe erau în fiecare coș?



— Ai observat, îi spune la un moment dat domnul Popescu soției sale, că reclamele astea par a fi egal distanțate pe șosea?

Doamna Popescu aruncă o privire la ceasul de mână, apoi numără cu glas tare reclamele pe lângă care au trecut în interval de un minut.

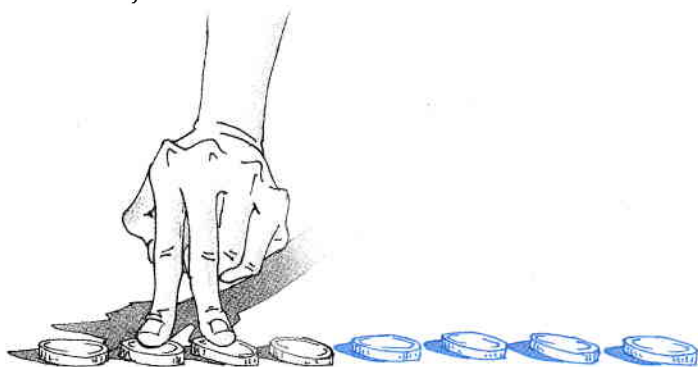
*Care este distanța
dintre reclame?*

— Ce coincidență! exclamă doamna Popescu. Dacă înmulțești acest număr cu 10 obții exact viteza automobilului, în km/oră.



10. *Numai în tandem*

Deplasând de fiecare dată câte două jetoane alăturate din aranjarea:

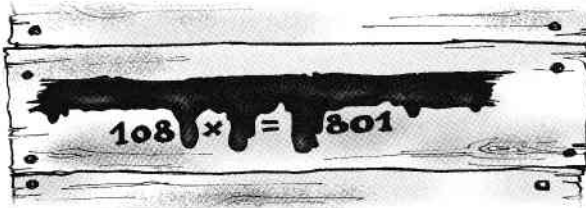


în numai patru mutări, obține o aranjare în care să alterneze jetoanele colorate cu cele albe.

În lucrarea *Matematică distractivă pentru clasele a V-a și a VI-a* sunt explicate condițiile impuse problemelor de reconstituire a operațiilor. Îți prezentăm încă o problemă.

11. Doar trei cifre

Când a fost trasată o linie de vopsea deasupra înmulțirii scrise, pe un panou, vopseaua s-a scurs, astfel încât operația arată acum astfel:



Poți reconstitui operația?

12. Teşekkür ederim, bayan!

Lăudându-se cât de repede cheltuiește banii, Monica povestește că la Istanbul, atunci când a intrat într-un magazin cu dulciuri, jumătate din suma pe care o avea în euro și în eurocenți a cheltuit-o în câteva minute. Astfel, i-au mai rămas atâția eurocenți câți euro avea inițial și euro numai pe jumătate din câți eurocenți avea inițial.

Cu câți bani a rămas Monica după ce a ieșit din magazinul de dulciuri?

13. Deșteptarea!

Mihai nu vrea să renunțe la vechiul său deșteptător, deși la ultima reparație ceasornicarul i-a montat un arc mai scurt – numai pe acesta l-a mai găsit –, astfel încât ceasul trebuie „întors” mai des, a explicat ceasornicarul. Mihai a constatat o regulă: „în-țoarce” ceasul întotdeauna de 10 ori când se trezește dimineața, iar seara la ora 22, înainte de culcare, de 20 de ori, așa cum permite arcul ceasului.



La ce oră se trezește Mihai în fiecare dimineață?

14. *Întoarce-te la bază!*

Cine este
numărul a ?

Numerele 31, 175 și a sunt puteri consecutive ale lui 5.

15. *Deh! copii!*

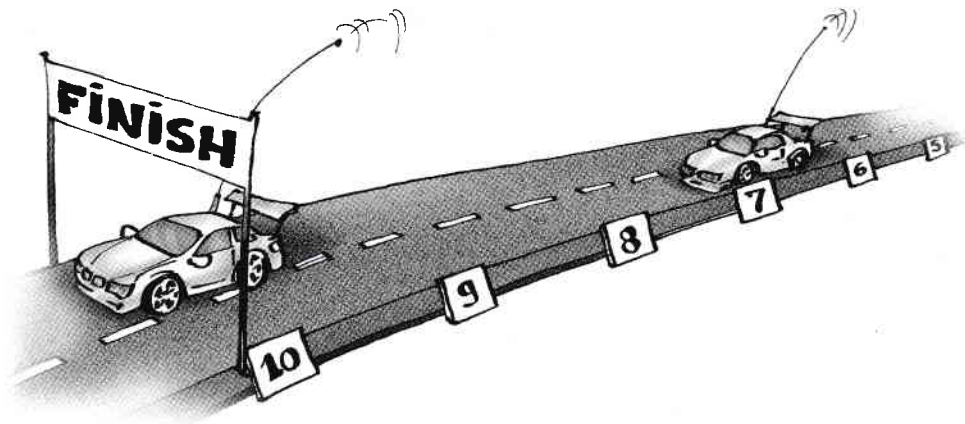
Costel și Fănel încă se mai joacă cu mașinuțele teleghidate.

Cei doi organizează un concurs pe o lungime de 10 metri.

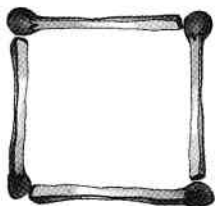
Cine a
câștigat
a doua
cursă?

În prima cursă, mașinuța lui Costel câștigă cu un avans de 3 metri.

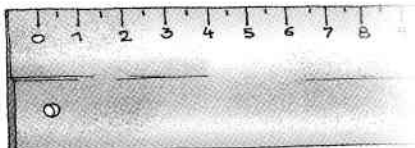
În a doua cursă, Costel îi acordă un avans de 3 metri mașinuței lui Fănel.

16. *Te poți juca cu chibrituri!*

Care este cel mai mic număr de bețe de chibrit de care ai avea nevoie pentru a obține o arie de $10\,000\text{ m}^2$?



Cu patru bețe de chibrit – un băț de chibrit are lungimea cam de $4,5\text{ cm}$ – putem obține o arie de aproximativ $22,5\text{ cm}^2$.



17. Încearcă să ți-l imaginezi!

Țin în mână un corp foarte interesant. Toate fețele lui sunt pătrate cu latura de 1 cm și totuși nu este un cub! Mă gândesc un pic și constat că, în aceste condiții, are cel mai mic volum posibil.



Care este acest volum?

18. Matematică aniversară

Ilustrul matematician Augustus de Morgan, cunoscut mai ales prin *legile lui Morgan* din logică și teoria mulțimilor, și care a trăit în secolul al XIX-lea, avea obiceiul să răspundă la întrebarea: „Câți ani aveți?” astfel:
— Am avut x ani în anul x^2 .

În ce an s-a născut Morgan?

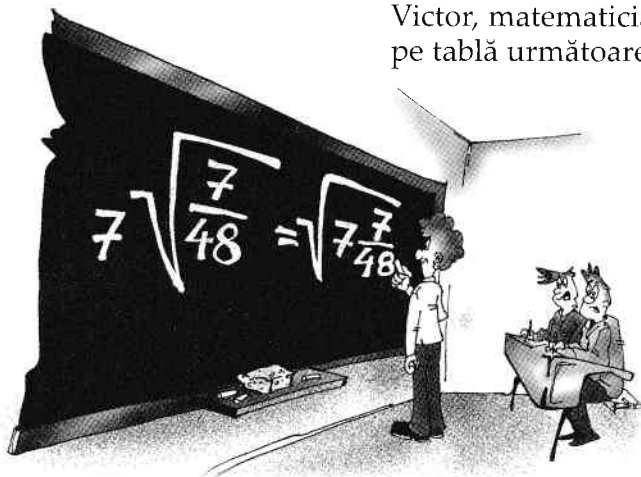
19. Care-i raportul suprafețelor?

În fața sălii de baie, fratele mai mic își așteaptă nerăbdător rândul la duș.
— Grăbește-te! Nu înțeleg de ce îți trebuie, de fiecare dată, un timp dublu ca al meu pentru duș!
— Normal, răspunde fratele mai mare de sub duș, pentru că am de curățat o suprafață de două ori mai mare decât a ta!
— Exagerezi, în niciun caz de două ori mai mare. Eu am deja 1,2 metri, iar tu numai 1,7 metri!

Apreciază, utilizând matematica, cine are dreptate.



Victor, matematicianul clasei, a scris pe tablă următoarea egalitate:



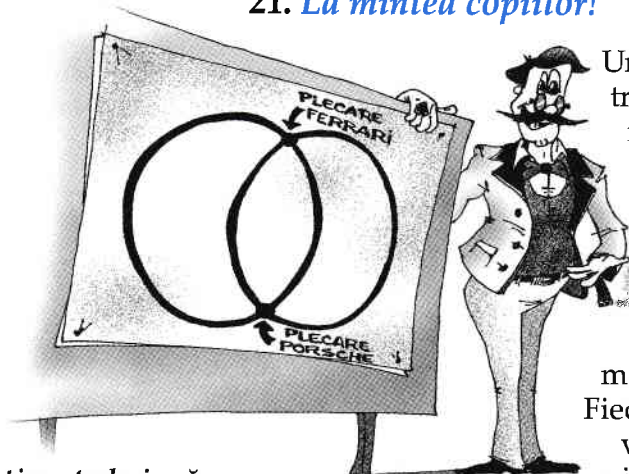
— Nu se poate, este incorectă, intervine unul dintre colegi.

Imperturbabil, Victor scrie alta:

$$3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3\frac{3}{8}}$$

Știi ce se întâmplă?

21. *La mintea copiilor!*



Cât timp trebuie să aștepte miliardarul până când cele două mașinuțe se vor tampona?

Un miliardar trăsnit a construit un circuit auto de jucărie, construind două piste circulare cu aceeași rază.

Fiecare pistă trece prin centrul celuilalt cerc.

Plăcerea cea mai mare a miliardarului este să asiste la tamponarea mașinuțelor.

Fiecare mașinuță rulează cu viteză constantă în sensul indicat de săgeată. Mașinuța Ferrari face un tur de pistă în 1 minut și 15

secunde, mașinuța Porsche în 1 minut și 12 secunde. Ambele mașinuțe pornesc deodată.

22. *Și din fals poate izvorî adevărul*

Gicu și Ticu au uitat formula de calcul a volumului unui paraleliped. Ei utilizează formula $v = \text{aria bazei} + \text{înălțimea}$ și găsesc pe rând pentru aceeași cutie paralelipedică cu dimensiunile exprimate în dm, valorile: 10, respectiv 11.



Care este în realitate volumul cutiei?

23. *Ai nevoie de... iscusință!*

Poți să dovedești, fără a efectua înmulțirile, că suma:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 + 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18$
se divide cu 19?

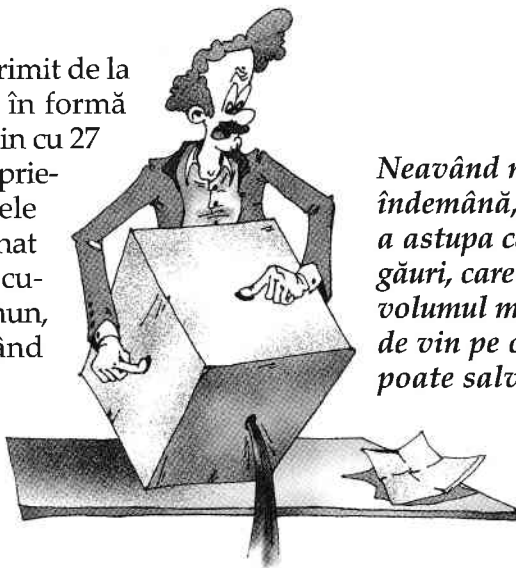
24. *Un număr cu geometrie variabilă*

Florina are mai puțin de 100 de bile și observă că le poate aranja pe toate atât sub formă de pătrat, cât și sub formă de triunghi (echilateral).

Câte bile are Florina?

25. *Evitați orice risipă!*

Domnul Damigeană a primit de la un prieten un recipient în formă de cub (un cubitainer) plin cu 27 de litri de vin. Glumețul prieten a astupat discret cele trei găuri făcute intenționat în centrele a trei fețe ale cubului care au un vârf comun, astfel încât, atunci când dl Damigeană a desfăcut învelitoarea recipientului, prin cele trei găuri a început să curgă vinul.



Neavând nimic la îndemână, pentru a astupa cele trei găuri, care este volumul maxim de vin pe care-l poate salva?